

提携n人ゲームのGAを用いた利得配分の一方法の提案

The proposal of gain distribution method which uses GA
in cooperation n person game

又吉 光邦

Mitsukuni Matayoshi

【目次】

- | | |
|-----------------|---------|
| 1. はじめに | 5. 実験 |
| 2. 提携形のゲームモデル | 6. 実験結果 |
| 3. 遺伝的アルゴリズムの適用 | 7. まとめ |
| 4. 適応度関数 | |

1. はじめに

協力ゲームの理論において、複数のプレイヤーが何らかの提携を形成することによって、より多くの利得を得ようとする提携形ゲームは、ただ1つの利得ベクトルが一意で定まるとは限らない。つまり、提携構造の元で、自分が参加可能な提携によって、得られると期待される利益を配分するという、新たな交渉問題を含んでいるからである。

本論文では、提携形ゲームの解としてコアを用い、そのコアの中の配分の集合から1つの配分を決める新しい方法を提案する。そして、この配分法を解くための遺伝的アルゴリズムのデータ構造も併せて提案する。

2. 提携形のゲームモデル

以下に、提携形ゲーム (N, v, X) の定義、およびコア $C(v)$ を述べ、本論文で用いる提携形ゲームのモデルを示す。

- (1) プレーヤの集合：n人の意志決定主体をプレーヤとし、プレーヤに番号をつけ

て、その集合を次のように明示する。

$$N = \{1, 2, \dots, n\}$$

- (2) 提携の集合：プレーヤの集合の部分集合を提携と呼び、提携の集合を以下のように定義する。ただし、形成可能と見なすことの出来る提携を許容提携と呼ぶ。

$$2^N = \{S : S \subset N\}$$

- (3) 特性関数：プレーヤの集合Nの任意の部分集合Sに1つの実数 $v(S)$ を対応させる関数 v を特性関数とする。ただし、 R は実数空間。

$$v : 2^N \rightarrow R, \text{ 但し、} v(\phi) = 0$$

- (4) 利得ベクトル：プレーヤ i ($i = 1, 2, \dots, n$) の受け取ると期待する利得を x_i とし、その組を利得ベクトルと呼ぶ。

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- (5) 提携形ゲーム：プレーヤの集合Nと特

性関数 v と利得ベクトルの集合 X との組によって定義される協力ゲームを提携形ゲームといい、以下のように書く。

$$(N, v, X), \text{ または, } (N, v)$$

- (6) ゲームの解：提携形ゲーム (N, v, X) に対して、利得ベクトルの集合 X の部分集合 Y を定めるルール F をゲームの解という。

$$F(N, v, X) = Y = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x \in X\}$$

- (7) 弱優加法性：任意の部分集合 S について、以下の式を満たす。

$$v(N) \geq v(S) + \sum_{i \in N \setminus S} v(i)$$

- (8) 提携合理性：ゲーム (N, v) において、利得ベクトル x が全ての提携にとって、次式を満たす。

$$\sum_{i \in S} v(i) \geq v(S)$$

- (9) コア（提携合理性による定義）：配分を A とし、ゲーム (N, v, A) が弱優加法的であるならば、コアは提携合理的配分の集合となり、コア $C(v)$ は以下の式で示される。

$$C(v) = \{x \in A : \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) \forall S \subset N\}$$

本論文で用いる提携形ゲームのモデルは、上述した(1)～(9)までを満足し、提携合理配分の集合として定義された解集合のコアの中から、ある1つの配分を選定するものである。

ところで、配分は、提携構造 $\beta = [B_1,$

$B_2, \dots, B_m], (m \leq 2^n)$ が成立しているときに、利得ベクトル $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ が、提携構造 β に属する任意の提携 B について、 $\sum_{i \in B} x_i = v(B)$ を満たした利得構成 $(x; \beta)$ を持つ。

3. 遺伝的アルゴリズムの適用

2. で定義した提携形ゲームのモデルの配分を遺伝的アルゴリズムで求める場合、問題の解候補を遺伝子を定義し染色体にコーディングする必要がある。

ところで、遺伝的アルゴリズムは、生物進化の鍵を握る遺伝子の挙動にヒントを得た多点探索型の最適化アルゴリズムである。遺伝的アルゴリズムでは、探索問題の空間中の探索点を1点ずつ順番に探索するのではなく、複数個の探索点を同時に探索するため、様々な組み合わせ問題において最適解、あるいは比較的良好な近似解を短時間に見つけることが知られている。

本論文では、この遺伝的アルゴリズムの特性を利用し、提携形ゲームの解の抱える新たな交渉問題としての「利得配分」を求める。

下記の遺伝子構造を染色体が持つことにより、プレーヤの戦略と配分を1つの染色体上に表現でき、遺伝的アルゴリズムの基本的操作である選択、交叉、突然変異を戦略と配分の両方に区別無く適応できる。これは、生物の染色体が数々の機能を果たす遺伝子を一本に表現していることと同じでもある。

1) 染色体のコーディング

遺伝子は、 $[0], [1]$ の2値で表される1ビットである。遺伝子の列、すなわち染色体に各プレーヤの戦略と

配分量が定義される。図1に染色体モデルを示す。但し、配分量4ビット長、戦略数は5ビット長で表現されている。

ここで、プレーヤの採った戦略が同じ場合、プレーヤ同士は提携しているとする事で、染色体上に提携構造が得られる。

つぎに、特性関数はプレーヤの利得を求める関数であるが、本論文では、利得集合の中の特定の利得を指す利得ポイントとし、この利得ポイントは、提携構造で得られるプレーヤ番号の2の累乗で得ることが出来る。

下記に、提携構造、特性関数、利得集合、および利得ベクトルを示す。

$$\begin{aligned} \text{提携構造} &= [\{0, 2\}, \{1\}, \dots] \\ &\quad \leftarrow \text{プレーヤ0と2が提携} \\ \text{特性関数 } v &= \{ v(\{0, 2\}), v(\{1\}), \dots \} \\ &= \{ (2^0 + 2^2), (2^1), \dots \} \\ &= \{ (5), (2), \dots \} \\ &\quad \leftarrow \text{利得集合へのポイント} \\ \text{利得集合 } (2^n) &= \{ 2, 5, 4, 1, 4, 7, 6, 5, 6, 13, 5, 3, \\ &\quad 51, 8, 4, 12, 7, 2, 8, 7, 19, 7, 3, 4, 5, \\ &\quad 9, 5, 3, 4, \dots \} \\ \text{利得ベクトル} &= \{ 65, 41, \dots \} \end{aligned}$$

2) 配分

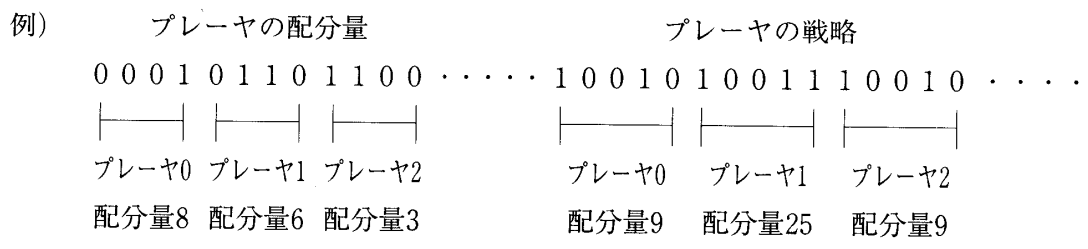
配分は、配分量 (図1を参照) を元に、配分率を決定した後、計算される。例えば、上述の1) でプレーヤ0と2が提携しているが、それぞれの配分率は、以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \text{配分率} &= \{ 8 / (8 + 3), 6 / 6, 3 / \\ &\quad (8 + 3), \dots \} \\ \text{配 分} &= \text{利得ベクトル} \times \text{配分率} \\ &= \{ 65 \times 8 / (8 + 3), 41 \times 6 / 6, \\ &\quad 65 \times 3 / (8 + 3), \dots \} \end{aligned}$$

4. 適応度関数

適応度関数は、ある世代におけるこの固体の評価値を決めるものである。本論文では、2つの適応度関数を定義する。式①、②に適応度関数を示す。適応度は、正の値で小さな値ほど適応度が高い。式①、②の値が小さいと言うことは、現在取りうる (存在する固体の) 戦略の中で配分が大きく、かつ順位が上位であることを示している。特に②は、全体の順位の総和が小さいほど適応度が高いことを示す。これは、我々の日頃の生活においてもよく見受けられる考え方を示している。これらの適応度関数が、今までの配分法と異なる配分結果を示すことになる。

図1 染色体モデル



$$\text{適応度関数 } f(R, C) = \sum_{i \in S} (g_i \cdot R_i / (C_i + 1)) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{適応度関数 } f(R, C) = h(x) \cdot \sum_{i \in S} (R_i / (C_i + 1)) \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

但し、 g_i は、各プレーヤの個体群内での利得順位。 $h(x)$ は、各プレーヤの個体群内の利得順位の積。

5. 実験

本論文では、下記の設定で実験を行った。

表1 実験の設定

プレーヤ数	3人
各プレーヤの戦略数	5ビット(32通り)
各プレーヤの配分量	5ビット(32通り)
個体数	100個
世代数	5000回
突然変異数率	10%
突然変異長率	10%
シミュレーション(実験)数	100回(ランダム)

但し、突然変異数率 = (突然変異個体数 / 総個体数) * 100

突然変異長率 = (突然変異遺伝長 / 染色体長) * 100

提携利得の設定

任意のプレーヤ $i \in N$ について $v(N - \{i\}) / (n - 1) \leq v(N) / n$ を満足し、コアが空にならない値である。ただし、 $v(\emptyset) = v(1) = v(2) \dots = v(n) = 0$ とし、提携しない場合の配分を 0 に設定しておく。

$v(12) = 10, v(13) = 20, v(23) = 30, v(123) = 120$ とし、(鈴木、1994) による利得配分の数値例との比較をおこなった。

6. 実験結果

本論文におけるGA手法の実験に使用したコンピュータは、Pentium Celeron300MHz である。

図2は、各プレーヤの利得の総和と提携していない1プレーヤの数の世代毎との変化を示している。図2より100世代までには、50回の実験のうちすべてにおいて3人のプレーヤの提携が成立し、3プレーヤの利得総和は120となっている

表2は①、②式で実験した結果で各プレーヤのもっともよい配分を取得した個体の順位データを示す。総個体数100の中で平均順位と標準偏差より、2位前後であることがわかる。

表2 各プレーヤの順位データ

①式による各プレーヤの順位データ			
	プレーヤ1	プレーヤ2	プレーヤ3
最大	4	5	6
最小	1	1	1
平均	1.91	1.95	1.93
標準偏差	0.933063	1.076611	0.997522

②式による各プレーヤの順位データ			
	プレーヤ1	プレーヤ2	プレーヤ3
最大	5	4	4
最小	1	1	1
平均	1.96	1.84	1.98
標準偏差	0.96316	0.825356	0.931817

図2、図3に提携利得—世代数（各世代における出現最大提携利得）の①式と②式の場合を示す。それぞれの図を見ると、①式の方が②式に比べてかなり早く最大提携利得を得ていることがわかる。これは、②式において、評価値に順位 of 総積をかけていることから収

練に時間がかかっていることを示していると考えられる。すなわち、 g_i や $h(x)$ のバイアスが、それをかけていない評価に対して大きい間は、収練が難しいと考えられる。このことは、図4、図5の評価値—世代数（各世代評価値）を見てもわかる。

図2 提携利得—世代数（各世代における出現提携利得） ①式

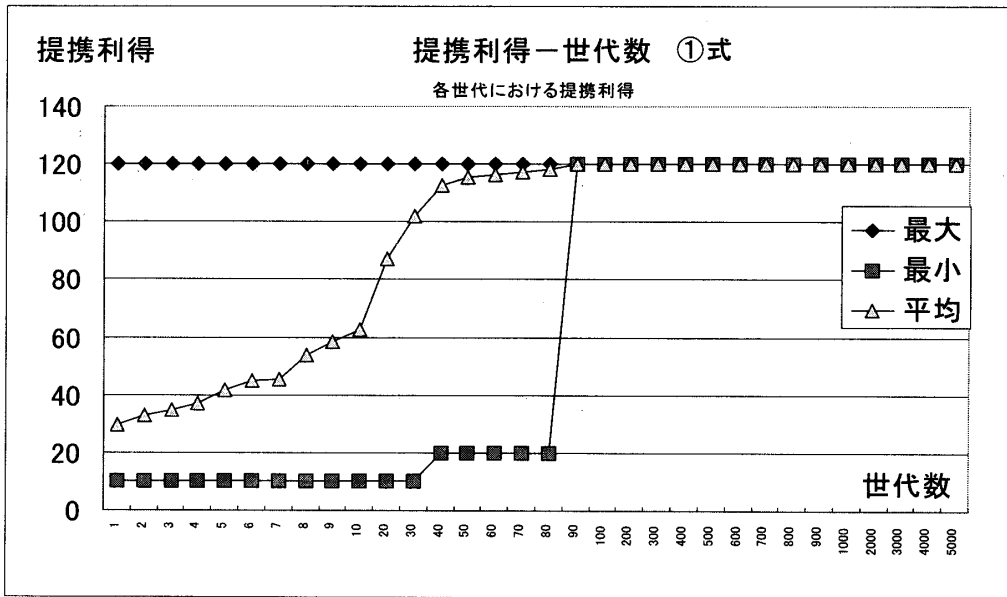


図3 提携利得—世代数（各世代における出現提携利得） ②式

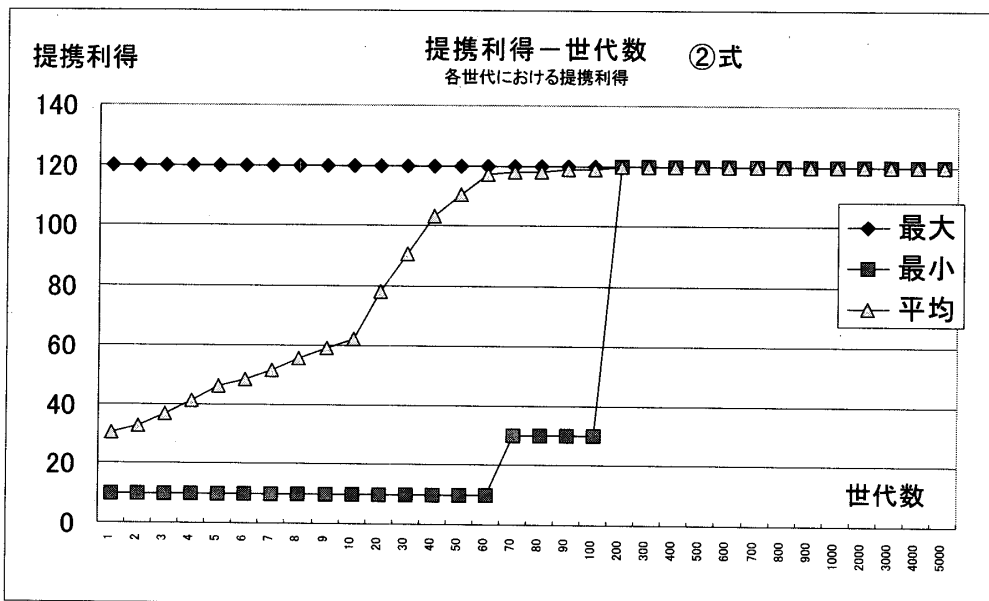


図4 評価値—世代数 (各世代評価値) ①式

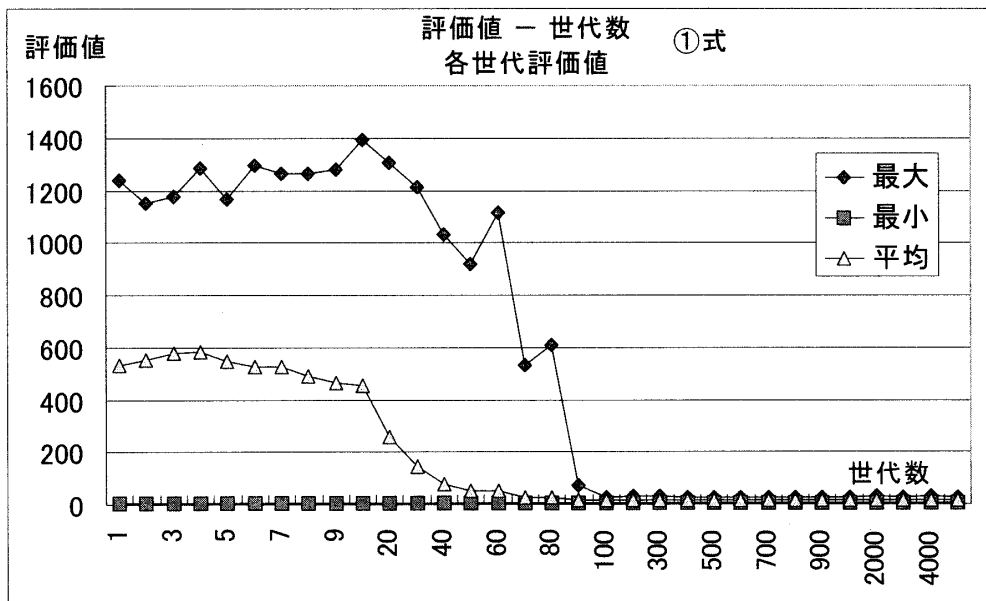
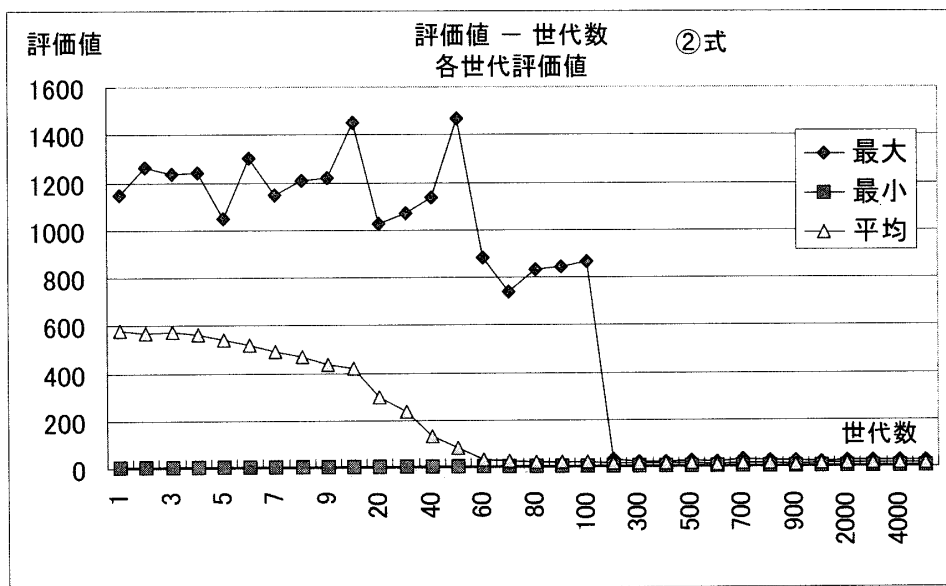


図5 評価値—世代数 (各世代評価値) ②式



次に、図6～11に①式と②式にでの各プレイヤーの取得配分を示す。図6～8までは、①式。図9～11は②式によるものである。それぞれ、最低値20からはじめ、階級幅1のグラフである。グラフを見ると、いくつかの決まった配分に収束していることがわかる。これは、各プレイヤーが駆け引きの中で、取りうるができる、あるいは取り得る配分が連続的では

なく、離散的に存在していることを示すおもしろい結果である。

特に、プレイヤー3で比較すると、一目瞭然である。プレイヤー3は普通に考えると利得配分においてその立場、主張の力は非常に強く、存在感が大きいと思われがちである。しかし実際には、①式を用いたプレイヤー3の取得した配分量は、多くの局所解が存在しているこ

図6 プレーヤ1 取得配分量 ①式

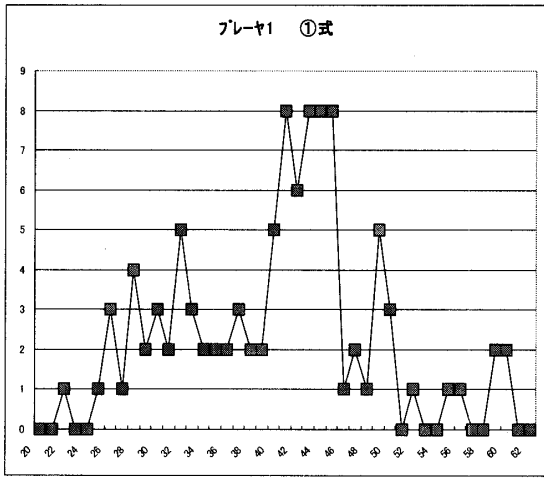


図9 プレーヤ1 取得配分量 ②式

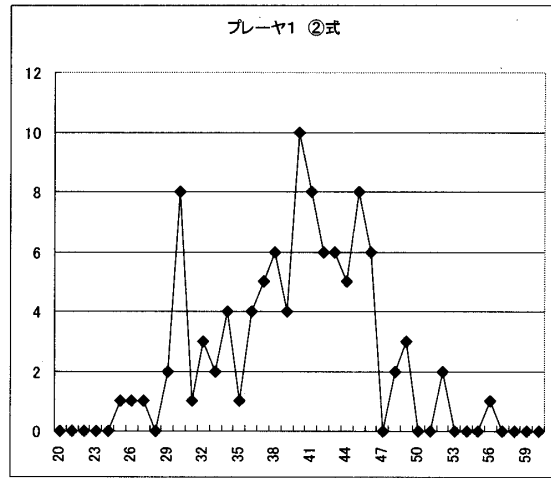


図7 プレーヤ2 取得配分量 ①式

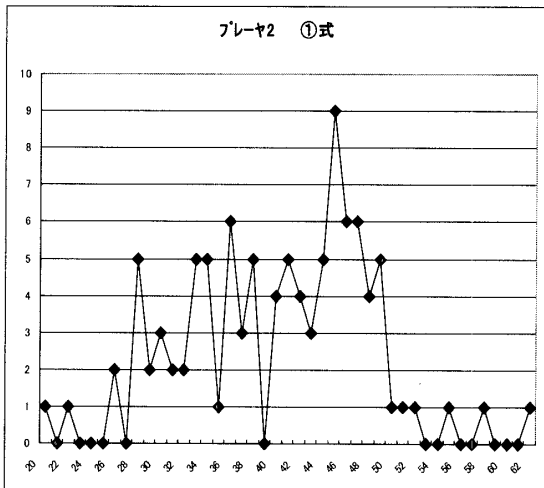


図10 プレーヤ2 取得配分量 ②式

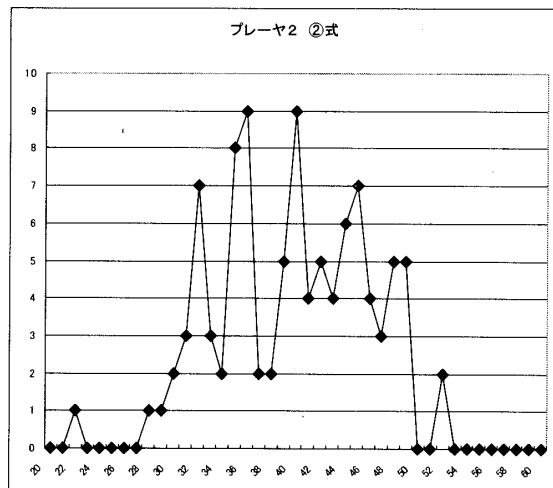


図8 プレーヤ3 取得配分量 ①式

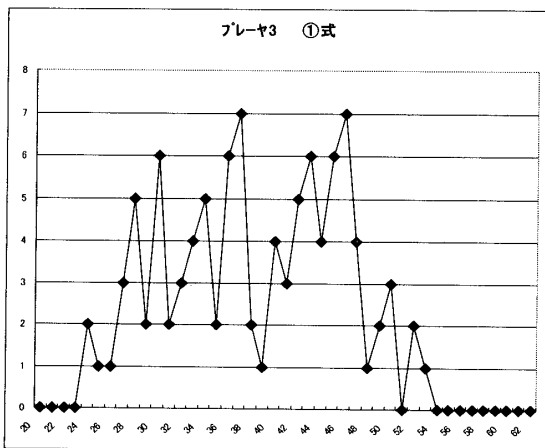
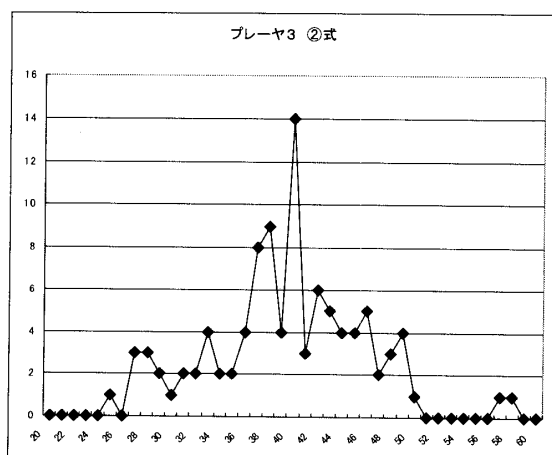


図11 プレーヤ3 取得配分量 ②式



とが分かる。一方、②式でも多くの局所解が存在していることが分かるが、 $40 \leq \text{配分} < 41$ が突出して多い。また、その配分の値は全体利得120の $1/3$ 以上である。つまり、②式で表されるような解釈を持参して、配分場で発言し、強く主張することで、より多くの利得を得ることが出来ることが分かる。②式はプレーヤ3の強い立場を数式上から与えたという意味で価値のあるものである。

表2 利得配分表

鈴木, 1994	プレーヤ1	プレーヤ2	プレーヤ3
均等配分解	40	40	40
残余金等配分解	30	40	50
残余比例配分解	36	40	44
シャープレイ値	35	40	45
仁	40	40	40
τ 値	36	40	44

表2は、3人ゲームで $v(12)=10, v(13)=20, v(23)=30, v(123)=120, v(\phi)=v(1)=v(2)=v(3)=0$ とした時、よく知られた配分法による利得配分表(鈴木, 1994)である。これを見るとプレーヤ1の配分はいろいろな状態があり、プレーヤ1とプレーヤ3は常に綱引き状態であることが分かる。これは①式を用いたときの遺伝的アルゴリズムが出力した配分の状態と似ており、興味深い。しかしながら、決定的に違うところがある。それは、プレーヤ2の配分である。

①、②式を用いて遺伝的アルゴリズムで解いた場合は、プレーヤ2の配分も離散的であり、常に配分量の交渉問題に組み込まれている。これは、プレーヤ2の動向によってプレーヤ1そしてプレーヤ3の配分が決まるため当然と言えば当然の結果で、表2に示すように

プレーヤ2の配分が変化しない方がむしろ現実的でないと考える方が正しい。その意味から言うと、①、②式を用いて遺伝的アルゴリズムで得た解は、現実性が高いと考えるべきである。

7. まとめ

協力ゲーム理論では複数プレーヤからなる提携形ゲームで、配分という新たな交渉問題が派生し、提携形ゲーム内で再起的に提携形ゲームが生じるというジレンマに陥る。そのジレンマに対し数々の配分法が提案(表2参照)されている。本論文での実験結果は、人間が普段行うようなプレーヤ2を含んだダイナミックな配分のあり方を得ることが出来たことである。今後は、それぞれこのダイナミックスを詳細に調べ、離散的配分を採るといふ交渉問題の核心について研究したい。

参考文献

- 1) J.H.Holland: Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press(1975).
- 2) Lawrence Davis: Job shop scheduling with genetic algorithms, Proc. 1st ICGA, pp.136-140 (1988).
- 4) 又吉光邦: 共同戦略におけるナッシュ解の遺伝的アルゴリズムによる一解法, JASMIN, pp.103-106(1995).
- 5) 鈴木光男: 新ゲーム理論, 勁草書房(1994).